UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS

Docente: Rildo Afonso de Almeida

Circuitos Lógicos

5.6 - Teoremas De Morgan

Os teoremas de De Morgan são muito empregados na prática, em simplificações de expressões booleanas e, ainda, no desenvolvimento de circuitos digitais.

5.6.1 – 1º Teoremas De Morgan

O complemento do produto é igual à soma dos complementos:

$$(\overline{A.B}) = \overline{A} + \overline{B}$$

Para provar este teorema, vamos montar a tabela da verdade de cada membro e comparar o resultados:

A	B	$\overline{A.B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

Notamos a igualdade de ambas as colunas.

5.6.1 – 1º Teoremas De Morgan

O teorema pode ser estendido para mais de duas variáveis.

$$\overline{(\mathrm{A.B.C}\quad\ldots\quad\mathrm{N})} = \overline{\mathrm{A}} + \overline{B} + \overline{C} + \ldots + \overline{N}$$

5.6.2 – 2º Teoremas De Morgan

O complemento da soma é igual ao produto dos complementos.

Este teorema é uma extensão do primeiro:

$(\overline{A.B}) = \overline{A} + \overline{B}$ ← 1º Teorema

Podemos reescrevê-lo da seguinte maneira:

$A.B = (\overline{\overline{A} + \overline{B}})$

Notamos que A é o complemento de $\overline{A}$ e que B é o complemento de $\overline{B}$.

Vamos chamar $\overline{A}$ de X e $\overline{B}$ de Y. Assim sendo, temos:

$\overline{X}.\overline{Y} = (\overline{X + Y})$

5.6.2 – 2º Teoremas De Morgan

Reescrevendo, em termos de A e B, temos:

$\bar{A}.\,\bar{B} = (\overline{A + \mathrm{B}})$ ← 2º Teorema

Da mesma forma que o anterior, o teorema pode se estendido para mais de duas variáveis:

$$(\overline{\mathrm{A} + \mathrm{B} + \mathrm{C} + \quad \ldots + \mathrm{N}}) = \overline{\mathrm{A}}\,.\,\bar{B}\,.\,\bar{C} \;\ldots\; \bar{N}$$

5.7 – Identidades Auxiliares

A seguir, vamos deduzir três identidades úteis para a simplificação de expressões.

$$A + A \, . \, B = A$$

Provamos esta identidade, utilizando a propriedade distributiva. Vamos evidenciar A no 1º termo:

$$A(1 + B) = A$$

Do postulado da soma temos: $1 + B = 1$, logo podemos escrever:

$$A \, . \, 1 = A \quad \therefore \quad A + AB = A$$

5.7 – Identidades Auxiliares

A seguir, segunda identidade para a simplificação de expressões.

(A + B). (A + C) = A + B.C

Vamos agora, provar esta identidade:

(A + B).(A+C)

= A.A + A.C + A.B + B.C → $Propriedade\ distributiva$

= A + A.C + A.B + B.C → $Identidade\ A.A = A$

= A(1 + B + C) + B.C → $Propriedade\ distributiva$

= A . 1 + B.C → $Identidade: 1 + X = 1\ e\ A.1 = A$

∴ (A + B).(A+C) = A + BC

5.7 – Identidades Auxiliares

A seguir, terceira identidade para a simplificação de expressões.

$A + \bar{A}B = A + B$

Vamos agora, provar esta identidade:

$A + \bar{A}.B = \overline{\overline{(A + \bar{A} \,.\, B)}}$ → *Identidade* $\bar{\bar{X}} = X$

$= [\overline{\bar{A} \,.\, \overline{(\bar{A} \,.\, B)}}]$ → *2º Teorema de De Morgan:* $\overline{(X + Y)} = \bar{X} \,.\, \bar{Y}$

$= [\overline{(\bar{A} \,.\, (A + \bar{B})}]$ → *1º Teorema de De Morgan aplicado no parênteses:* $\overline{(X \,.\, Y)} = \bar{X} + \bar{Y}$

$= \overline{(\bar{A}.A + \bar{A}.\bar{B})}$ → *Propriedade distributiva e identidade* $\bar{A} \,.\, A = 0$

$= (\overline{\bar{A}.\bar{B}})$

$= (A + B)$ → *1º Teorema de De Morgan*

$\therefore (A + \bar{A}.B) = (A+B)$

UEMG

Os principais teoremas da Álgebra Booleana são:

Ordem	Teoremas	Ordem	Teoremas
1	**A + 0 = A**	11	**A . B + A . B' = A**
2	**A + 1 = 1**	12	**(A + B) . (A + B') = A**
3	**A + A = A**	13	**A + A' . B = A + B**
4	**A + A' = 1**	14	**A . (A' + B) = A . B**
5	**A . 1 = A**	15	**A + B . C = (A + B) . (A + C)**
6	**A . 0 = 0**	16	**A . (B + C) = A . B + A . C**
7	**A . A = A**	17	**A . B + A' . C = (A + C) . (A' + B)**
8	**A . A' = 0**	18	**(A + B) . (A' + C) = A . C + A' . B**
9	**A + A . B = A**	19	**A . B + A' . C + B . C = A . B + A' . C**
10	**A . (A + B) = A**	20	**(A + B) . (A' + C) . (B + C) = (A + B) . (A' + C)**

Bibliografia Básica

1-TOCCI, R. J.; Widmer, N. S.; Moss, G. L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 12ª ed. Pearson, São Paulo, 2019.

2-HAUPT, A.; Dachi, E. **Eletrônica digital**. Editora Blucher, São Paulo, 2016.

3-IDOETA, I. V.;CAPUANO, F. G. **Elementos de eletrônica digital**. 34a Ed. Érica, São Paulo, 2002.

Bibliografia Complementar

1-TAUB, H. **Circuitos digitais e microprocessadores**. McGraw Hill do Brasil, São Paulo, 1984.

2-BIGNEEL, J. W.;DONOVAN, R. L. **Eletrônica digital. Makron Books**, 2 V, São Paulo, 1988.

3-MALVINO, A. P.;LEACH, D. P. **Eletrônica digital – princípio e aplicações**. McGraw Hill, 1 V, São Paulo, 1988.

4-MELO, M. **Eletrônica digital**. São Paulo: Makron Books, 1993.

5-MENDONCA, A. **Eletrônica digital: curso prático e exercícios**. Rio de Janeiro: MZ, 2004.