UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS

Docente: Rildo Afonso de Almeida

Eletrônica Digital
Aula 06

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

Para entrarmos no estudo da simplificação dos circuitos lógicos, teremos que fazer um breve estudo da Álgebra de Boole, pois é através de seus postulados, propriedades, teoremas fundamentais e identidades que efetuamos as mencionadas simplificações, e além disso, notamos que é na Álgebra de Boole que estão todos os fundamentos da Eletrônica Digital.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.1 - Variáveis e Expressões na Álgebra de Boole.

As variáveis booleanas são representadas através de letras, podendo assumir apenas dois valores distintos: 0 ou 1. Denominamos expressão booleana à sentença matemática composta de termos cujas variáveis são booleanas, da mesma forma podendo assumir como resultado final 0 ou 1.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2 – Postulados da Complementação, Adição e Multiplicação.

A seguir, apresentaremos os postulados da complementação, da adição e da multiplicação da Álgebra de Boole, e suas respectivas identidades resultantes.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.1 – Postulados da Complementação

Este postulado, mostra como são as regras da complementação na álgebra de Boole. Chamaremos de $\overline{A}$ o complemento de A:

1º) Se A=0 → $\overline{A}$ = 1

2º) Se A=1 → $\overline{A}$ = 0

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.1 – Postulados da Complementação

Através do postulado da complementa, podemos estabeler a seguinte identidade:

Se A=1, temos: $\overline{A} = 0$ e se $\overline{A} = 0 \rightarrow \overline{\overline{A}} = 1$.

Se A=0, temos: $\overline{A} = 1$ e se $\overline{A} = 1 \rightarrow \overline{\overline{A}} = 0$.

Assim sendo, podemos escrever: $\overline{\overline{A}} = A$.

O bloco lógico que executa o postulado da complementação é o Inversor.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.2 – Postulados da Adição

Este postulado, mostra como são as regras da adição dentro da Álgebra de Boole.

1º) 0 + 0 = 0

2º) 0 + 1 = 1

3º) 1 + 0 = 1

4º) 1 + 1 = 1

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.2 – Postulados da Adição

Através do postulado, podemos estabelecer as seguintes identidades:

$A + 0 = A$. A pode ser 0 ou 1, vejamos então, todas as possibilidade:

$A = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$

$A = 1 \rightarrow 1 + 0 = 1$

Notamos que o resultado será sempre igual à variável A.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.2 – Postulados da Adição

A + 1 = 1. Vejamos todas as possibilidade:

$A = 0 \rightarrow 0 + 1 = 1$

$A = 1 \rightarrow 1 + 1 = 1$

Notamos que se somarmos 1 a uma variável, o resultado será sempre 1.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.2 – Postulados da Adição

$A + A = A$.   Vejamos todas as possibilidade:

$A = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$

$A = 1 \rightarrow 1 + 1 = 1$

Notamos que se somarmos a mesma variável, o resultado será ela mesma.

UEMG

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.2 – Postulados da Adição

$A + \overline{A} = 1$ Vejamos todas as possibilidade:

$A = 0 \rightarrow \overline{A} = 1 \rightarrow 0 + 1 = 1$

$A = 1 \rightarrow \overline{A} = 0 \rightarrow 1 + 0 = 1$

Notamos que sempre que somarmos a uma variável, o complemento, teremos como resultado 1.

O bloco lógico que executa o postulado da adição é o OU.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.3 – Postulados da Multiplicação.

É o postulado que determina as regras da multiplicação booleana:

1º) 0 . 0 = 0

2º) 0 . 1 = 0

3º) 1 . 0 = 0

4º) 1 . 1 = 1

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.3 – Postulados da Multiplicação.

Através deste postulado, podemos estabelecer as seguintes identidades:

$A \cdot 0 = 0$. Podemos confirmar, verificando todas as possibilidade:

$A = 0 \rightarrow 0 \cdot 0 = 0$

$A = 1 \rightarrow 1 \cdot 0 = 0$

Notamos que todo número multiplicado por 0 é 0.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.3 – Postulados da Multiplicação.

$A \cdot 1 = A$. Analisando todas as possibilidades temos:

$A = 0 \rightarrow 0 \cdot 1 = 0$

$A = 1 \rightarrow 1 \cdot 1 = 1$

Notamos que o resultado destas expressões numéricas será sempre igual a A.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.3 – Postulados da Multiplicação.

A . A = A.   Esta identidade, à primeira vista estranha, é verdadeira, como podemos confirmar pela análise de todas as possibilidades:

A = 0 → 0 . 0 = 0

A = 1 → 1 . 1 = 1

Notamos que os resultados serão sempre iguais a A.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3.2.3 – Postulados da Multiplicação.

$A \cdot \overline{A} = 0$. Vamos analisar todas as possibilidades:

$A = 0 \rightarrow 0 \cdot 1 = 0$

$A = 1 \rightarrow 1 \cdot 0 = 0$

Notamos que para ambos os valores possíveis que a variável pode assumir, o resultado da expressão será sempre 0.

O bloco lógico que executa o postulado da multiplicação é o E.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3. 3 - Propriedades Comutativa, Associativa e Distributiva.

.

Descreveremos as principais propriedades algébricas, úteis principalmente, no manuseio e simplificação de expressões. Tal como na matemática comum, valem na Álgebra de Boole as propriedades comutativa, associativa e distributiva.

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3. 3.1 - Propriedades Comutativa.

Esta propriedades é válida tanto na adição, bem como na multiplica:

Adição: A + B = B + A

Multiplicação: A . B = B . A

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3. 3.2 - Propriedades Associativa.

Da mesma forma que na anterior, temos a propriedade associativa válida na adição e na multiplicação:

Adição: A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C

Multiplicação: A . (B . C) = (A . B) . C = A . B . C

UEMG

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3. 3.3 - Propriedades Distributiva.

$$A \cdot (B + C) = A.B + A.C$$

Vamos verificar esta propriedade através da tabela verdade, analisando todas possibilidades:

A	B	C	A(B+C)	AB + AC
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

3. 3.3 - Propriedades Distributiva.

A . (B + C) = A.B + A.C

Vamos verificar esta propriedade através da tabela verdade, analisando todas possibilidades:

A	B	C	A(B+C)	AB + AC
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	

3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

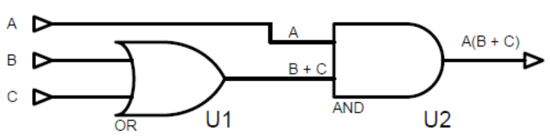
3. 3.3 - Propriedades Distributiva.

$$A \cdot (B + C) = A.B + A.C$$

Vamos verificar esta propriedade através da tabela verdade, analisando todas possibilidades:

A	B	C	A(B+C)	AB + AC
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Notamos, pela tabela, que as expressões se equivalem.



3.0 - ÁLGEBRA DE BOOLE E SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS LÓGICOS

Exercícios

1) Desenvolver os circuitos com portas lógicas equivalentes às expressões abaixo.

a) $X = [D + \overline{(A + B).C}\,].E$

b) $X = A.B\overline{(\overline{A} + BC)}$

c) $X = A.B\overline{C}$

d) $X = \overline{A}.(B + C)$

Bibliografia Básica

1-TOCCI, R. J.; Widmer, N. S.; Moss, G. L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 12ª ed. Pearson, São Paulo, 2019.

2-HAUPT, A.; Dachi, E. **Eletrônica digital**. Editora Blucher, São Paulo, 2016.

3-IDOETA, I. V.;CAPUANO, F. G. **Elementos de eletrônica digital**. 34a Ed. Érica, São Paulo, 2002.

UEMG

Bibliografia Complementar

1-TAUB, H. **Circuitos digitais e microprocessadores**. McGraw Hill do Brasil, São Paulo, 1984.

2-BIGNEEL, J. W.;DONOVAN, R. L. **Eletrônica digital. Makron Books**, 2 V, São Paulo, 1988.

3-MALVINO, A. P.;LEACH, D. P. **Eletrônica digital – princípio e aplicações**. McGraw Hill, 1 V, São Paulo, 1988.

4-MELO, M. **Eletrônica digital**. São Paulo: Makron Books, 1993.

5-MENDONCA, A. **Eletrônica digital: curso prático e exercícios**. Rio de Janeiro: MZ, 2004.