



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS**

**Docente: Rildo Afonso de Almeida**

**Circuitos Lógicos**  
**Aula 10 – 25/09/23**



## 5.6 - Teoremas De Morgan

Os teoremas de De Morgan são muito empregados na prática, em simplificações de expressões booleanas e, ainda, no desenvolvimento de circuitos digitais.

## 5.6.1 – 1º Teoremas De Morgan

O complemento do produto é igual à soma dos complementos:

$$\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B}$$

Para provar este teorema, vamos montar a tabela da verdade de cada membro e comparar o resultados:

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\bar{A} + \bar{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

*Notamos a igualdade de ambas as colunas.*



## 5.6.1 – 1º Teoremas De Morgan

O teorema pode ser estendido para mais de duas variáveis.

$$\overline{(A \cdot B \cdot C \dots N)} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \dots + \bar{N}$$



## 5.6.2 – 2º Teoremas De Morgan

O complemento da soma é igual ao produto dos complementos.

Este teorema é uma extensão do primeiro:

$$\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B} \leftarrow 1^\circ \text{ Teorema}$$

Podemos reescrevê-lo da seguinte maneira:

$$A \cdot B = \overline{(\bar{A} + \bar{B})}$$

Notamos que  $A$  é o complemento de  $\bar{A}$  e que  $B$  é o complemento de  $\bar{B}$ .

Vamos chamar  $\bar{A}$  de  $X$  e  $\bar{B}$  de  $Y$ . Assim sendo, temos:

$$\bar{X} \cdot \bar{Y} = \overline{(X + Y)}$$

## 5.6.2 – 2º Teoremas De Morgan

Reescrevendo, em termos de A e B, temos:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = \overline{(A + B)} \leftarrow 2^\circ \text{ Teorema}$$

Da mesma forma que o anterior, o teorema pode se estendido para mais de duas variáveis:

$$\overline{(A + B + C + \dots + N)} = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \dots \bar{N}$$



## 5.7 – Identidades Auxiliares

A seguir, vamos deduzir três identidades úteis para a simplificação de expressões.

$$5.7.1 - A + A \cdot B = A$$

Provamos esta identidade, utilizando a propriedade distributiva. Vamos evidenciar  $A$  no 1º termo:

$$A(1 + B) = A$$

Do postulado da soma temos:  $1 + B = 1$ , logo podemos escrever:

$$A \cdot 1 = A \quad \therefore A + AB = A$$

## 5.7 – Identidades Auxiliares

A seguir, segunda identidade para a simplificação de expressões.

$$5.7.2 - (A + B). (A + C) = A + B.C$$

Vamos agora, provar esta identidade:

$$(A + B).(A+C)$$

$$= A.A + A.C + A.B + B.C \rightarrow \textit{Propriedade distributiva}$$

$$= A + A.C + A.B + B.C \rightarrow \textit{Identidade } A.A = A$$

$$= A(1 + B + C) + B.C \rightarrow \textit{Propriedade distributiva}$$

$$= A . 1 + B.C \rightarrow \textit{Identidade: } 1 + X = 1 \textit{ e } A.1 = A$$

$$\therefore (A + B).(A+C) = A + BC$$



## 5.7 – Identidades Auxiliares

A seguir, terceira identidade para a simplificação de expressões.

$$5.7.3 - A + \bar{A}B = A + B$$

Vamos agora, provar esta identidade:

$$A + \bar{A}.B = \overline{\overline{A + \bar{A}.B}} \rightarrow \text{Identidade } \overline{\overline{X}} = X$$

$$= \overline{[\bar{A}.(\bar{A}.B)]} \rightarrow 2^{\circ} \text{ Teorema de De Morgan: } \overline{(X + Y)} = \bar{X}.\bar{Y}$$

$$= \overline{[(\bar{A}.(A + \bar{B}))]} \rightarrow 1^{\circ} \text{ Teorema de De Morgan aplicado no parênteses: } \overline{(X.Y)} = \bar{X} + \bar{Y}$$

$$= \overline{(\bar{A}.A + \bar{A}.\bar{B})} \rightarrow \text{Propriedade distributiva e identidade } \bar{A}.A = 0$$

$$= \overline{(\bar{A}.\bar{B})}$$

$$= (A + B) \rightarrow 1^{\circ} \text{ Teorema de De Morgan}$$

$$\therefore (A + \bar{A}.B) = (A+B)$$



## Bibliografia Básica

1-TOCCI, R. J.; Widmer, N. S.; Moss, G. L. **Sistemas digitais: princípios e aplicações**. 12ª ed. Pearson, São Paulo, 2019.

2-HAUPT, A.; Dachi, E. **Eletrônica digital**. Editora Blucher, São Paulo, 2016.

3-IDOETA, I. V.; CAPUANO, F. G. **Elementos de eletrônica digital**. 34ª Ed. Érica, São Paulo, 2002.



## **Bibliografia Complementar**

1-TAUB, H. **Circuitos digitais e microprocessadores**. McGraw Hill do Brasil, São Paulo, 1984.

2-BIGNEEL, J. W.;DONOVAN, R. L. **Eletrônica digital**. Makron Books, 2 V, São Paulo, 1988.

3-MALVINO, A. P.;LEACH, D. P. **Eletrônica digital – princípio e aplicações**. McGraw Hill, 1 V, São Paulo, 1988.

4-MELO, M. **Eletrônica digital**. São Paulo: Makron Books, 1993.

5-MENDONCA, A. **Eletrônica digital: curso prático e exercícios**. Rio de Janeiro: MZ, 2004.